

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Chemiker im WS 19/20

Blatt 10

Abgabe am Freitag, den 24.01.2020 , 12.15 Uhr, Raum AR-A 1012

1. Eine Dose besitzt eine zylindrische Mantelfläche (Grundkreisradius: r Höhe: h). Der Boden besteht aus einer nach innen gewölbten Halbkugel, der Deckel ist eben.

Wie müssen r und h gewählt werden, damit bei vorgegebenem Volumen V_0 die Oberfläche der Dose minimal wird?

2. Man berechne die Grenzwerte

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cosh 2x} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x}{1 - \cosh 2x} \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \sinh x$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} (\cos \pi x)^{\frac{1}{\ln(1-2x)}} \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\coth x - \frac{1}{\sinh x} \right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot x} \quad g) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\cosh x)^{\frac{1}{x-1}} .$$

3. Man zeige mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung , daß für $|x - \frac{1}{2}| \leq \frac{1}{4}$ gilt

$$\left| \arcsin x - \frac{\pi}{6} \right| \leq \frac{4}{\sqrt{7}} \left| x - \frac{1}{2} \right| .$$