3.Aufgabenblatt Mathematik IIIb für Elektrotechnik 06.05.2015

Abgabe: Mi. 20.05.2015 ,14^{00} Uhr vor der Vorlesung .

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Greenschen Formeln.

   a) $\int_\gamma f(x,y) Grad g(x,y)\vec{n}_0 ds \quad , \; f(x,y) = y^2 - x^2 \; , \; g(x,y) = -2xy \; ,$

   wobei γ die Randkurve des Bereichs
   $B = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 16 \; , \; x \leq 0 \; , \; x \geq y \}$ ist. [4]

   b) $\int\int_F (f \operatorname{grad} g - g \operatorname{grad} f)\vec{n}_0 dF \quad ,$

   $f(x,y,z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1} \; , \; g(x,y,z) = y^2 + xz - x^2 \; ,$
   wobei F die Oberfläche des Körpers $K = \{(x,y,z) | 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \; , \; y \geq x \}$ ist. [4]

In den folgenden Aufgaben ist stets $u : G \longrightarrow \mathrm{R} \; , \; G \subset \mathrm{R}^2$.

2. Bestimmen Sie zu den folgenden partiellen Dgln jeweils die allgemeine Lösung

   a) $e^y u_{xy} = 3x^2$. [2]

   b) $x u_{xx} + u_x = x^2 y$. [2]

3. Berechnen Sie die allgemeine Lösung der homogenen lineare Dgl

$$x \sin y \; u_x + \cos y \; u_y = 0 \; .$$

[3]

4. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme

   a) $x u_x + y u_y = u \quad , \quad u(1,y) = e^y$. [4]

   b) $x u u_x + y u_y = u^2 \quad , \quad u(1,y) = \dfrac{1}{\ln y}$. [4]

4.Aufgabenblatt Mathematik IIIb für Elektrotechnik 20.05.2015

Abgabe: Mi. 03.06.2015 ,14^{00} Uhr vor der Vorlesung .

1. Bestimmen Sie den jeweiligen Typ (elliptisch, hyperbolisch, parabolisch) der folgenden linearen partiellen Differezialgleichungen zweiter Ordnung.

   a) $4x^2u_{xx} - 4xyu_{xy} + y^2u_{yy} - xu_y = 0$,

   b) $e^{2xy}u_{xx} - 6e^{xy}u_{xy} + 9u_{yy} = 0$,

   c) $4y^2u_{xx} - 8xyu_{xy} + 5x^2u_{yy} = 0$. **[1,1,2]**

2. Lösen Sie mit Hilfe des Separationsansatzes $u(x,y) = f(x)g(y)$ das Randwertproblem

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad , \quad u(0,y) = u(\pi,y) = u(x,0) = 0 \ , \ u(x,1) = x(\pi - |x|)$$

   für das Rechteck $R = \{(x,y)|0 \le x \le \pi \ , \ 0 \le y \le 1\}$. **[4]**

3. Berechnen Sie die allgemeine Lösung der partiellen DGL

$$xu_{xx} + 2x^2u_{xy} + x^3u_{yy} - u_x = 2x^3 \ .$$

[4]

5.Aufgabenblatt Mathematik IIIb für Elektrotechnik 10.06.2015

Abgabe: Mi. 01.07.2015 ,14^{00} Uhr vor der Vorlesung .

1. Lösen Sie mit Hilfe der Poissonschen Integralformel das Randwertproblem

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0\ ,\ u(\cos\phi, \sin\phi) = \pi^2 - \phi^2\ ,\ -\pi \leq \phi \leq \pi$$

für $x^2 + y^2 \leq 1$. [4]

2. Lösen Sie mit Hilfe der Fouriertransformation das Anfangswertproblem

$$u_{xx} - u_{tt} = 0\ ,\ u(x,0) = e^{-|x|}\ ,\ u_t(x,0) = 0$$

in der Halbebene R $\times [0, +\infty)$. [4]

3. Es sei $u \in C^2([0,a] \times [0,T])$, $a, T > 0$ eine Lösung des Randwertproblems

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0 \quad ,$$

$$u(0,t) = u(a,t) = 0\ ,\ u(x,0) = f(x)\ ,\ u_t(x,0) = g(x)\ ,\ f, g \in C^2([0,a]).$$

Zeigen Sie, dass dann das Energieintegral

$$E(t) = \int_0^a [(u_t(x,t))^2 + (c\ u_x(x,t))^2] dx$$

konstant ist, also E(t)=E(0) gilt. [2]

Weisen Sie damit nach, dass das AWP höchstens eine Lösung besitzt. [2]