3.Aufgabenblatt Mathematik IIIa für Elektrotechnik 13.11.2014

Abgabe: bis Do. 27.11.2014 ,10^{15} Uhr .

1. Berechnen Sie **[6,2]**

   a) für $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 6 + 4i$ Realteil und Imaginärteil sowie Betrag und Argument von $z_1 z_2$, $\dfrac{z_1}{z_2}$.

   b) e^{-2+3i} , $Ln(-3-4i)$ in kartesischer Form.

2. Bestimmen Sie die Bildkurven der Kreise $|z| = r$ unter der Abbildung

$$w = z + \frac{1}{z}$$

   für $r > 0$. Was passiert bei $r = 1$ und für $r \to 0$? **[4]**

3. Bestimmen Sie zur linearen Transformation

$$w = \frac{z}{z-i}$$

   das Bild

   a) der Kreislinien $|z| = 1$ $|z+1| = 1$,

   b) der reellen und der imaginären Achse. **[4,2]**

4. Berechnen Sie die Integrale

$$\int_\gamma f(z)\, dz$$

   wobei

   a) $f(z) = 2z^2 - z\bar{z}$, γ die Strecke von 0 nach $-1+i$ ist.

   b) $f(z) = z^3 - 2\frac{1}{z}$, γ der mathematisch positiv orientierte Kreis $|z| = 2$ ist. **[3,2]**

4.Aufgabenblatt Mathematik IIIa für Elektrotechnik 27.11.2014

Abgabe: bis Do. 11.12.2014 ,10^{15} Uhr .

1. Bestimmen Sie
   a) das maximale Gebiet, auf dem die Funktion $f(z) = |z|^2 - 2(\operatorname{Im} z)^2 + 2i|\operatorname{Im} z| \operatorname{Re} z$ holomorph ist.
   b) alle auf der ganzen komplexen Ebene holomorphen Funktionen $f(z)$ mit $\operatorname{Im} f(x+iy) = \cos x \cosh y$. **[3,3]**

2. Berechnen Sie die Integrale
$$\int_\gamma f(z)\, dz$$
   mit
   a) $f(z) = e^{2z-1}$, $\gamma:\ z(t) = t + i\sin(\pi t)$, $t \in [0,1]$.
   b) $f(z) = \dfrac{1}{2i - z}$, γ ist die mathematisch positiv orientierte zum Nullpunkt symmetrische Ellipse mit den Halbachsen 1 und 3.
   c) $f(z) = \dfrac{\cos(|z|)}{z^2}$, γ ist der im Uhrzeigersinn durchlaufene Halbkreis um den Nullpunkt mit Radius 2 von -2 nach 2.

   [2,2,2]

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale
$$\int_\gamma f(z)\, dz$$
   mit Hilfe der Integralformel von Cauchy.
   a) $f(z) = \dfrac{e^z}{z^2 + 3z - 4}$, $\gamma:\ |z-2| = 2$.
   b) $f(z) = \dfrac{z^4 + 1}{(2i - z)^3}$, $\gamma:\ |z - i| = 2$.

   [2,2]

4. Bestimmen Sie Potenzreihen folgender Funktionen bei der jeweils vorgegebenen Entwicklungsstelle und berechnen Sie den jeweiligen Konvergenzradius und den Konvergenzbereich.
   a) $f(z) = \dfrac{1}{1+z^2}$, $g(z) = \arctan z$, $z_0 = 0$.
   a) $f(z) = \dfrac{z}{4+z^2}$, $g(z) = \cosh(z)$, $z_0 = -2$.

   [3,3]

5.Aufgabenblatt Mathematik IIIa für Elektrotechnik 11.12.2014

Abgabe: bis Do. 10.01.2015 ,10^{15} *Uhr* .

1. Bestimmen Sie die Laurentreihe von

   a) $f(z) = z^3 \sinh z^{-1}$ für $|z| > 0$.

   b) $f(z) = \dfrac{1}{z^2+1}$ jeweils für $|z| < 1$, $|z| > 1$ und $0 < |z+i| < 2$. **[2,4]**

2. Bestimmen Sie alle Polsstellen der folgenden Funktionen und berechnen Sie die zugehörigen Residuen

   a) $f(z) = \cot(\pi z)$. Hier dürfen Sie verwenden, dass die Funktion $\sin(\pi z)$ genau die ganzen Zahlen als Nullstellen besitzt und dass $\cot(\pi z)$ die Periode 1 hat.

   b) $f(z) = \dfrac{e^z}{(2i-z)^3(z+1)}$.

   [3,3]

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe des Residuensatzes

   a) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$.

   b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{\cos x + 4} dx$.

   [3,3]

4. Die Funktion $f : \mathrm{R} \longrightarrow \mathrm{R}$ besitze die Fouriertransformierte

$$F(s) = \frac{s}{s^4+1}$$

   berechnen Sie die Funktion $f(x)$ mit Hilfe der inversen Transformation und des Residuensatzes. **[3]**