Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

R. Gontermann

Übungen Gewöhnliche Differenzialgleichungen im WS15/16

Blatt 3

Abgabe am Montag, den 16.11.2015 , 10.15 Uhr, Raum ENC-D224

1. Es sei $G \subset \mathbb{R}^2$ ein Gebiet. Welche Bedingungen müssen die Funktionen $P, Q : G \to \mathbb{R}$ erfüllen, damit die Differenzialgleichung
$$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$
einen integrierenden Faktor μ der Form $\mu(x,y) = f(x+y)$ besitzt, wobei f eine stetig differenzierbare reelle Funktion einer reellen Variablen ist? [3]

2. Lösen Sie, unter Verwendung von Aufgaabe 1), das Anfangswertproblem
$$[2(e^x+1) + e^x(x+y)]dx + 2(e^x+1)dy = 0 \ , \ y(1) = 0 \ .$$
[3]

3. Berechnen Sie zum Anfangswertproblem
$$y' = f(x,y) = -2xy + 2x^3 \ , \ y(0) = 0$$
die iterative Funktionenfolge
$$y_{n+1} = \int_0^x f(t, y_n(t))dt \quad , \quad y_0(x) = 0 \ .$$
Zeigen Sie, dass die Folge auf jedem abgeschlossenen Intervall $I = [0,a]$, $a > 0$ gleichmäßig konvergent ist, bestimmen Sie die Grenzfunktion und prüfen Sie, ob diese das AWP löst.
[4]

4. Berechnen Sie zum Anfangswertproblem
$$y' = f(x,y) = 5(x^4 - y^{\frac{4}{5}}) \ , \ y(0) = 0$$
die iterative Funktionenfolge
$$y_{n+1} = \int_0^x f(t, y_n(t))dt \quad , \quad y_0(x) = 0 \ .$$
Zeigen Sie, dass die Folge auf jedem abgeschlossenen Intervall $I = [0,a]$, $a > 0$ keine konvergente Teilfolge besitzt, die gegen eine Lösung des AWPs konvergiert.
[3]