

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Chemiker im WS 19/20

Blatt 3

Abgabe am Freitag, den 01.11.2019 , 12.15 Uhr, Raum AR-A 1012

1. Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = (2, 1, -1) \quad , \quad \vec{b} = (2, -4, -2) \quad \text{und} \quad \vec{c} = (1, 0, -1) .$$

Man berechne

- a)  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  , b)  $\vec{a}(\vec{b} + 2\vec{c})$  , c)  $|\vec{a} - \vec{b}|$  , d)  $\vec{a} \times \vec{b}$  ,  
e) den Winkel zwischen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  bzw.  $\vec{a}$  und  $\vec{c}$ .

2. Zu den Vektoren  $\vec{a} = (1, 1, -2)$  ,  $\vec{b} = (2, -1, 2)$  ,  $\vec{c} = (1, -1, -1)$   
und  $\vec{d} = (2, 1, 1)$  berechne man

- a) alle Vektoren , welche zu  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  senkrecht sind ,  
b) das Volumen des von  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  aufgespannten Spates ,  
c) die Zerlegung des Vektors  $\vec{a}$  in seine Komponenten  $\vec{a}_1$   
kollinear zu  $\vec{c}$   
und  $\vec{a}_2$  senkrecht zu  $\vec{c}$  ,  
d) alle Vektoren  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  , welche die Gleichung  
 $\vec{c} \times \vec{x} = \vec{d}$  erfüllen .

3. Zu den Vektoren  $\vec{a} = (t + 2, 1, 1)$  ,  $\vec{b} = (t, t, -1)$  ,  $\vec{c} = (t, -1, t + 3)$   
und  $\vec{d} = (-1, 1, 1)$  ,  $t \in \mathbb{R}$ ,

berechne man alle  $t \in \mathbb{R}$  ,

- a) für welche  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  linear unabhängig sind,  
b) für welche der Flächeninhalt des von  $\vec{b}$  und  $\vec{d}$  aufgespannten  
Dreiecks minimal wird,  
c) für welche das Volumen des von  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  und  $\vec{d}$   
aufgespannten Spates gleich 5 ist.

4. Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}_1 = (1, -1, 2, 1, 3)$  ,  $\vec{a}_2 = (2, 1, 1, -2, 1)$   
 $\vec{a}_3 = (2, 4, -2, -6, -4)$  .

Man bestimme die Dimension und eine Orthonormalbasis des Unterraumes  
 $\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \rangle$  des Raumes  $\mathbb{R}^5$  .