

Übungen Gewöhnliche Differenzialgleichungen im WS15/16

Blatt 4

Abgabe am Montag, den 30.11.2015 , 10.15 Uhr, Raum ENC-D224

1. Lösen Sie die Anfangswertprobleme

a) $yy'y'' - 2y' + 2 = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$, [3]

b) $xy'' = (2x^2 + 1)y'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, [3]

c) $xyy'' + yy' = x(y')^2 + x^2y^2$, $y(1) = 1$, $y'(1) = \frac{1}{3}$. [3]

2. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$xy'' - y' - x^3y = 0 \quad , \quad y(1) = y'(1) = e^{\frac{1}{2}}$$

indem Sie die Differenzialgleichung zweiter Ordnung in eine Riccati-Dgl transformieren.
Hinweis: Die Riccati-Dgl besitzt eine Lösung der Form $y_1 = x^\alpha$

[4]

3. Zeigen Sie, dass jede Riccati-Dgl

$$y' + a_1(x)y + a_2(x)y^2 = a_3(x)$$

mit stetig differenzierbarem $a_2(x) \neq 0$ in eine homogene lineare Dgl zweiter Ordnung

$$b_2(x)u'' + b_1(x)u' + b_0(x)u = 0$$

transformiert werden kann.

[4]

Hinweis: Substituieren Sie $y = a_2(x)^{-1} \frac{u'}{u}$.