Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

R. Gontermann

Übungen Gewöhnliche Differenzialgleichungen im WS15/16

Blatt 5

Abgabe am Montag, den 07.12.2015 , 10.15 Uhr, Raum ENC-D224

1. Es sei $P = [a,b] \times \mathrm{R}$ ein Parallelstreifen und $f : P \to \mathrm{R}$ stetig und f erfülle auf P eine globale Lipschitzbedingung in y.
   Zeigen Sie:

   a) Ist $\eta_1 > \eta_2$ und sind y_i die Lösungen der AWP's $y' = f(x,y)$, $y(a) = \eta_i$, $i = 1;2$ dann gilt $y_1(x) > y_2(x)$ für alle $x \in [a,b]$. [3]

   b) Die Lösungskurven $y = y_\eta$ der Anfangsswertprobleme $y' = f(x,y)$, $y(a) = \eta$, $\eta \in \mathrm{R}$ überdecken den Parallelstreifen P schlicht, d.h. zu jedem $(x_0, y_0) \in P$ existiert genau eine Lösung y_η mit $y_\eta(x_0) = y_0$. [3]

2. Bestimmen Sie zur Kurvenschar $y = \lambda x^m$, $m \in R$, $m \neq 0$, λ ist der Scharparameter, die zugehörige Differenzialgleichung sowie die Schar der orthogonalen Trajektorien. [4]

3. Es sei
$$A = \frac{1}{x+1}\begin{pmatrix} 2 & 1-x \\ -1 & x \end{pmatrix}.$$
   Zeigen Sie dass
$$Y_1 = (x,1)^T \quad , \quad Y_2 = e^x(-1,1)^T$$
   ein Fundamentalsystem zum homogenen DGLS
$$Y' = AY$$
   bilden und lösen Sie das inhomogene DGLS
$$Y' = AY + (x+1)(x,1)^T$$

   [4]