Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

Übungen zur Vorlesung Vektoranalysis im SS 17
Blatt 5

Abgabe am Mittwoch, den 24.05.2017 , 10.15 Uhr, Raum ENC-B205

1. Es sei G ein Gebiet im R^2 und $u : G \to \mathrm{R}$ mindestens zwei mal stetig diffbar. Für ein beliebiges $(x_0, y_0) \in G$ und $0 < r < \epsilon$ derart, dass die Kreisscheibe mit Radius ϵ noch ganz in G liegt sei

$$m(r, u(x_0, y_0)) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x_0 + r\cos\theta, y_0 + r\sin\theta) d\theta \ .$$

   Beweise mit Hilfe der zweiten ebenen Greenschen Formel:

   (a) Ist u subharmonisch auf G , d.h. $\Delta u \geq 0$, dann ist für alle $(x_0, y_0) \in G$ $m(r, u(x_0, y_0)) \leq u(x_0, y_0)$.

   (b) Ist u superharmonisch auf G , d.h. $\Delta u \leq 0$, dann ist für alle $(x_0, y_0) \in G$ $m(r, u(x_0, y_0)) \geq u(x_0, y_0)$.

   (c) Ist u harmonisch auf G , d.h. $\Delta u = 0$, dann ist für alle $(x_0, y_0) \in G$ $m(r, u(x_0, y_0)) = u(x_0, y_0)$.

   [3,1,1]

2. Es seien G , u $m(r, u(x_0, y_0))$ wie in Aufgabe 1 definiert.
   Man zeige: Gilt auf G $\Delta u > 0$,
   dann ist $m(r, u(x_0, y_0))$ in r streng monoton wachsend.

   [3]