Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

Übungen zur Vorlesung Mathematik II für Chemiker im SS 17

Blatt 7

Abgabe am Freitag, den 16.06.2017 , 12.15 Uhr, Raum H-C 3302

1. Zu den folgenden Funktionen berechne man alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung.

   a) $f : \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}\ ,\ f : (x, y) \to x\cos(x - y)$,

   b) $g : \mathrm{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathrm{R}\ ,\ g : (x, y) \to \ln(x^2 + y^2)$,

   c) $h : \mathrm{R}_+ \times \mathrm{R} \to \mathrm{R}\ ,\ h : (x, y) \to 2\arctan\dfrac{y}{x}$

2. Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}\ ,\ f : (x, y) \to 3x^2 - 4xy + 1.$$

   a) Man bestimme die Niveaulinien von f .

   b) Für den Punkt $(x_0, y_0) = (1, 2)$ bestimme man die Gleichung der Tangentialebene und die Richtungsableitung von f in Richtung von $\vec{a} = (-2, 4)$.

3. Man berechne die relativen und absoluten Extremwerte von

   a) $f : \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}\ ,\ f : (x, y) \to (x + y)e^{-x^2-y^2}$,

   b) $f : \mathrm{R}^2 \to \mathrm{R}\ ,\ f : (x, y) \to yx^3$ unter der Nebenbedingung $x^2 + 4y^2 - 1 = 0$.

4. Durch die Gleichungen

$$F(x, y) = x^4 - 2x^2y + y^4 = 0 \quad , \quad y(1) = 1$$

   ist implizit eine Funktion $y : I \to \mathrm{R}\ ,\ y : x \to y(x)$ gegeben, wobei $I \subset \mathrm{R}$ ein offenes Intervall ist, mit $1 \in I$.

   a) Man berechne $y'(1)$, $y''(1)$.

   b) Man bestimme das Taylorpolynom zweiten Grades von y(x) an der Stelle $x_0 = 1$.

   c) Besitzt die Funktion y(x) an der Stelle $x_0 = 1$ ein relatives Extremum?