Ergebnisse zu Aufgaben Math. III Baning Dgl.

1a) $y = (1-x)(1+\ln|x-1|)$ Da $f(x,y) = \frac{y}{x-1} - 2$ für $x \neq 1$ stetig part. diffbar $\Rightarrow$ Lösung eindeutig.

b) $y = x\sqrt{\ln x^2+1}$. Da $f(x,y) = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ für $x, y \neq 0$ stetig partiell diffbar $\Rightarrow$ Lösung eindeutig.

c) $y = \tan(\ln|\frac{x}{2}-1|)$. Da $f(x,y) = \frac{y^2+1}{x-2}$ für $x \neq 2$ stetig part. diffbar $\Rightarrow$ Lösung eindeutig.

2 a) $y_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \frac{1}{j!} x^{2j} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} y_n(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(x^2)^j}{j!} = e^{x^2}$

b) $y' = 2xy \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int 2x\,dx \Rightarrow y = c\,e^{x^2}$ $\quad y(0) = c = 1 \Rightarrow y = e^{x^2}$

3) $u(x,y) = e^{y^2 - x^2 + x}$

4) $u(x,y) = \frac{1}{\sin 2} \sin(2x)\sin(2y)$

5) $y(x) = 1 - x + x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \dots$

6) a) $y = \frac{2}{e}(e^x - 1) - x$, Lösung eindeutig bestimmt.

b) $y = c\sin(2\ln|x|)$, $c \in \mathbb{R}$ (nicht eindeutig)

7) $y = e^{x^2} - 1 \Rightarrow y(0{,}1) = e^{0{,}01} - 1 \approx 0{,}01005167$

Klassisches Runge Kutta - Verfahren mit Schrittweite $h = 0{,}1$

liefert $y_1 = 0{,}00836673$ Fehler $\approx 2 \cdot 10^{-3}$