Universität Siegen
Department Mathematik
D. Wrase

Übungen zur Vorlesung Differenzialgleichungen im SS14
Blatt 4

Abgabe am Donnerstag, den 15.05.2014 , 8.30 Uhr, Raum ENC-D223

1. Berechnen Sie zur Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ die Exponentialmatrix $\omega(x) = e^{Ax}$ und damit die Lösung des AWP's
$$Y' = AY \ , \ Y(0) = (-1,1)^T .$$

2. Das charakteristische Polynom $P(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} a_k \lambda^k$ der Matrix A besitze nur positive Koeffizienten und alle Nullstellen seien reell.
Zeigen Sie, dass dann alle Lösungen des LDS
$$Y' = AY$$
stabil sind, d.h. es gilt für alle Lösungen $\lim_{x \to +\infty} Y(x) = 0$.

   Zeigen Sie an Hand eines Gegenbeispiels , dass die Aussage falsch ist, wenn P auch komplexe Nullstellen besitzen kann.

3. Lösen Sie die Anfangswertprobleme
   a) $y'' + 2y(y')^3 = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$,
   b) $x^2yy'' - (x^2+1)(y')^2 + xyy' = 0$, $y'(1) = y(1) = 1$,

   indem Sie die DGln zweiter Ordnung jeweils in eine erster Ordnung transformieren.